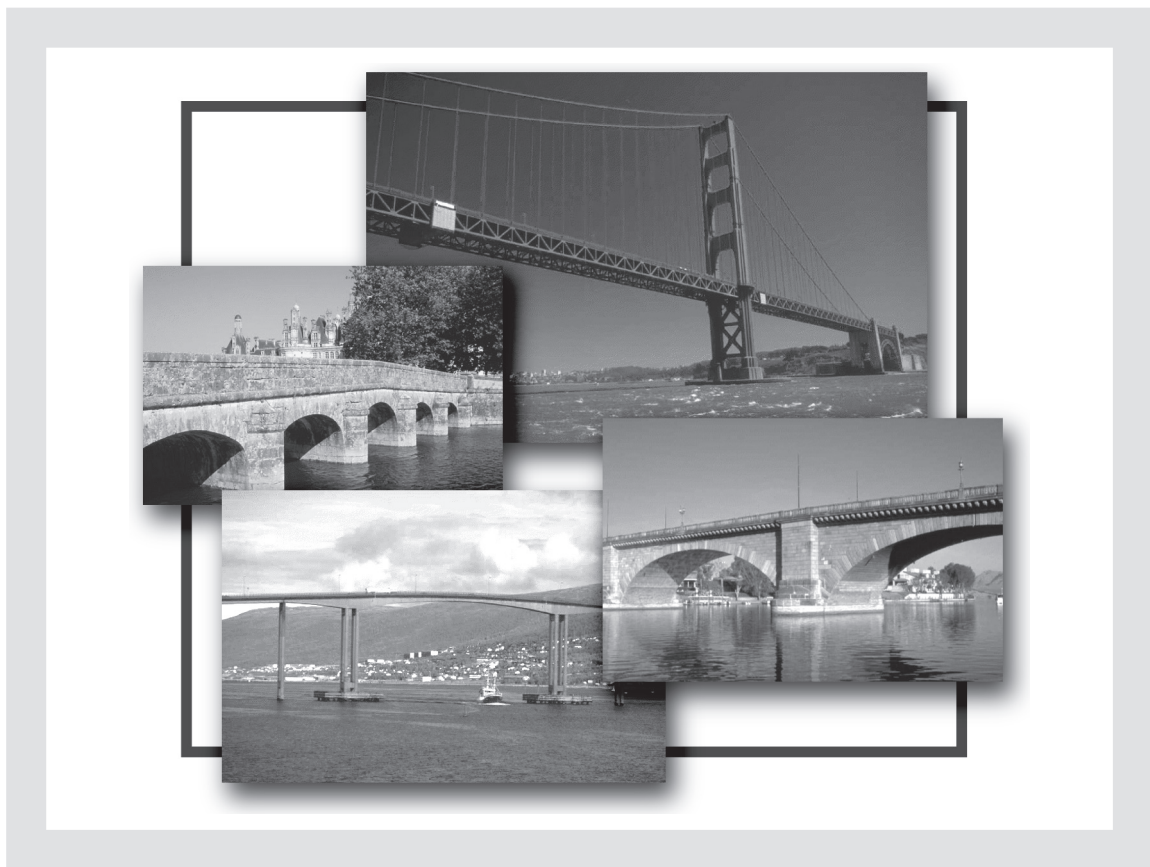


*Mathématiques pures 30*

# Projet à l'intention des élèves : La conception des arcs



*Février 2008*

*Dans le présent document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.*

© 2008, la Couronne du chef de l'Alberta représentée par le ministre de l'Éducation, Alberta Education, Learner Assessment, 44 Capital Boulevard, 10044 108 Street NW, Edmonton, Alberta T5J 5E6, et les détenteurs de licence. Tous droits réservés. On peut télécharger des exemplaires supplémentaires de ce document en visitant le site Web de Alberta Education, à [www.education.alberta.ca](http://www.education.alberta.ca)

**Par la présente**, le détenteur des droits d'auteur autorise **seulement les éducateurs de l'Alberta** à reproduire, à des fins éducatives et sans but lucratif, les parties de ce document qui ne contiennent pas d'extraits.

Les extraits de textes de ce document **ne peuvent pas** être reproduits sans l'autorisation écrite de l'éditeur original (voir page de références bibliographiques, s'il y a lieu).

# Mathématiques pures 30

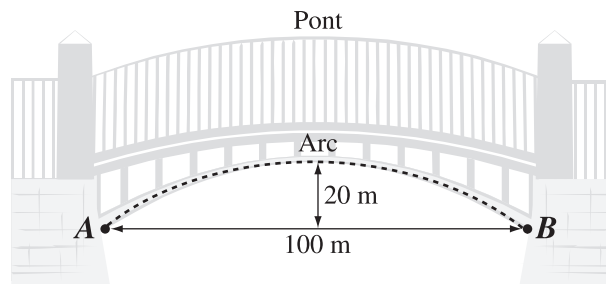
## Projet : La conception des arcs

### Tâche de l'élève

Les ingénieurs, les architectes et les créateurs-dessinateurs incorporent des arcs dans divers bâtiments et diverses constructions pour des raisons de solidité et (ou) artistiques. Dans ce projet, vous allez examiner et analyser différents types d'arcs.

### Partie A

Marie, ingénieure en structures, veut concevoir un appui en arc pour un pont qui aura une portée horizontale de 100 m et une hauteur maximale de 20 m, semblable au diagramme ci-dessous.



1. Durant le processus de conception, Marie écrit quelques équations pour représenter l'appui en arc. En utilisant un domaine de  $\{x \mid -50 \leq x \leq 50\}$  et une image de  $\{y \mid 0 \leq y \leq 20\}$ , déterminez les types d'équations ci-dessous que Marie pourrait utiliser pour représenter l'appui en arc.

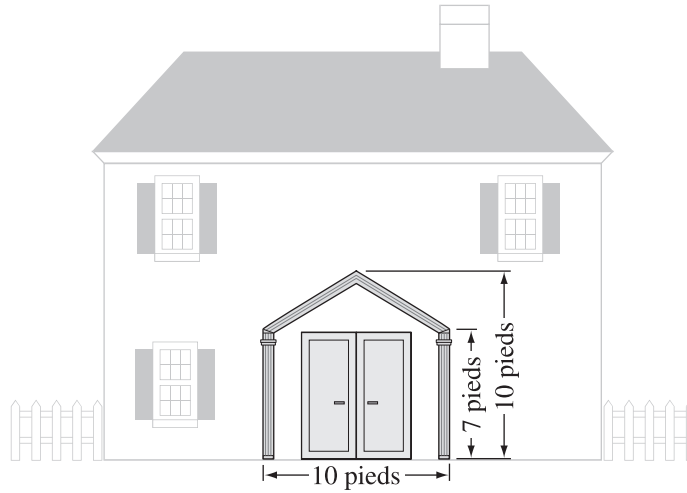
- L'équation d'une parabole sous sa forme standard
- L'équation d'une semi-ellipse sous sa forme générale, centre  $(0, 0)$
- L'équation d'une hyperbole de la forme  $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = -1$ , où  $b = 10$

**À noter :** La branche inférieure de l'hyperbole représenterait l'arc.

2. Marie décide d'utiliser soit le modèle parabolique soit le modèle semi-elliptique.
- Pour tracer le graphique de ces modèles à l'aide d'outils technologiques à affichage graphique, il est possible que vous deviez réécrire leurs équations sous la forme  $y = \text{_____}$ . Écrivez sous cette forme les équations que vous avez déterminées à la question 1 et tracez leurs graphiques sur le même plan cartésien en utilisant le rectangle d'affichage  $x: [-60, 60, 10]$ ,  $y: [-5, 30, 5]$ . Analysez chacun de ces graphiques et décrivez leurs ressemblances et leurs différences.
3. L'appui en arc du pont doit aussi avoir une hauteur d'au moins 14 m à un emplacement horizontal de 20 m **par rapport à l'une ou l'autre extrémité du pont.**
- Est-ce que c'est le modèle parabolique ou le modèle semi-elliptique qui aura cette spécification? Appuyez votre réponse de calculs et (ou) d'explications appropriés.

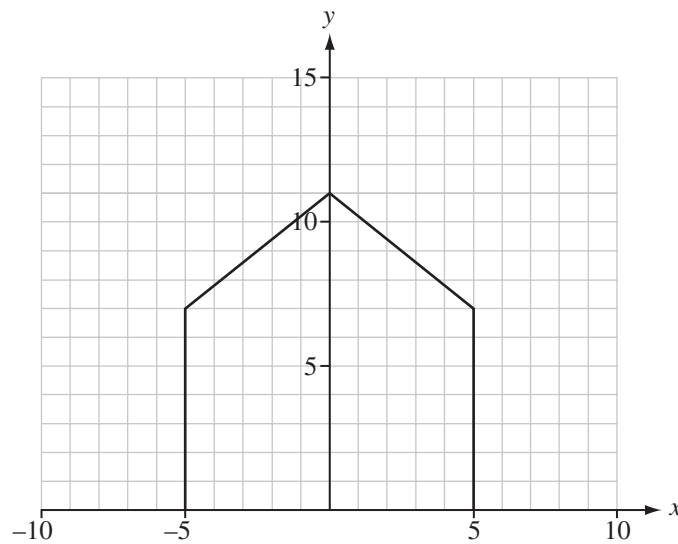
## Partie B

Éric est concepteur de maisons. Au moment où il concevait le projet d'une maison, il a observé que la maison était plus belle lorsqu'on ajoutait à l'entrée principale un arc triangulaire symétrique, soutenu par deux piliers. Voici les dimensions de l'arc triangulaire et des piliers.



La grille ci-dessous montre les piliers et l'arc triangulaire.

**À noter :** Chaque carré de la grille représente 1 pied  $\times$  1 pied.



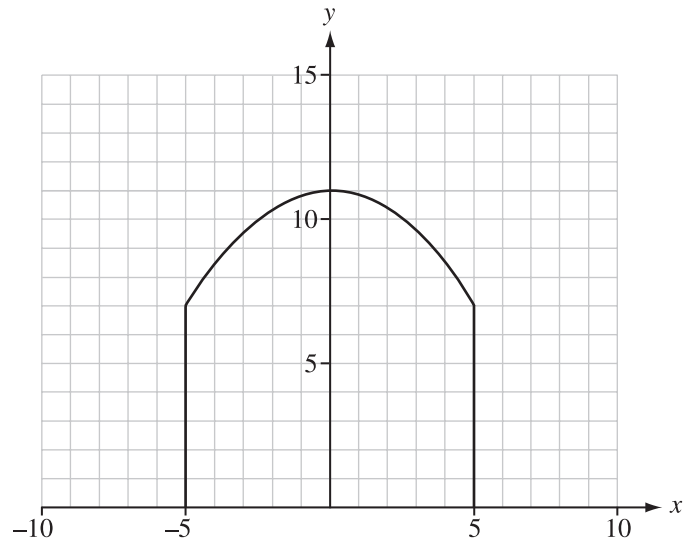
Le haut de l'arc triangulaire peut être représenté par une seule fonction  $g(x)$  obtenue à partir de la fonction  $f(x) = |x|$  par une suite de transformations ainsi que par des restrictions appliquées au domaine de  $g(x)$ .

- Décrivez avec des mots la suite de transformations que devrait subir le graphique de la fonction  $f(x) = |x|$  pour devenir le graphique de la fonction  $g(x)$ , qui décrit le haut de l'arc triangulaire.
- Déterminez la fonction  $g(x)$  et écrivez-la sous la forme  $g(x) = af[b(x - h)] + k$ .
- Quels sont le domaine et l'image de la fonction  $g(x)$ ?

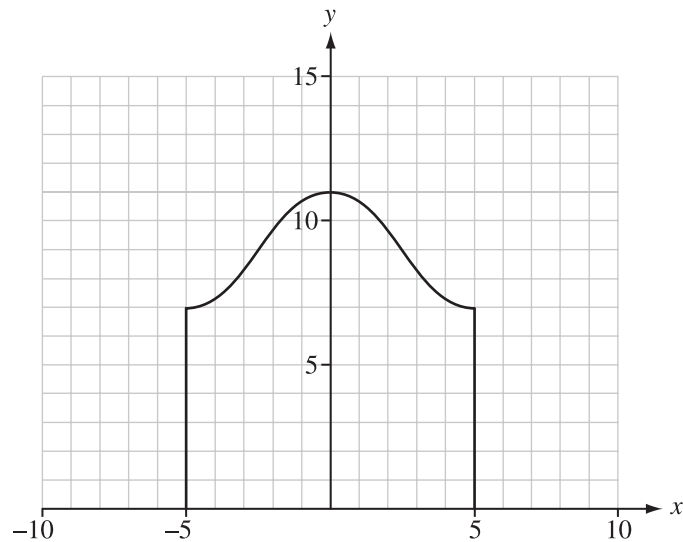
### Partie C

Au lieu d'utiliser des arcs linéaires, on pourrait utiliser des courbes sinusoidales. Les diagrammes ci-dessous illustrent des modèles de conception possibles.

Le premier diagramme montre un modèle de conception à demi-onde.



Le deuxième diagramme montre un modèle de conception à pleine onde.



1. Déterminez une équation de la courbe du modèle de conception à demi-onde tout en supposant que l'origine se situe au point  $(0, 0)$ .
2. Déterminez une équation de la courbe du modèle de conception à pleine onde tout en supposant que l'origine se situe au point  $(0, 0)$ .

## **Partie D**

1. Faites des recherches sur les courbes caténaïres  $\left(y = \frac{1}{2} \left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)\right)$  ou  $y = \cosh x$  **ou** les arcs caténaïres  $\left(y = -\frac{1}{2} \left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)\right)$  et décrivez le style et les types de différentes constructions qui sont représentées par ces formules.
2. Trouvez, sur Internet ou dans votre communauté, un exemple d'un grand pont qui contient un ou plusieurs types d'arcs et décrivez quelques-unes des caractéristiques de chaque arc (par exemple, portée, hauteur, style de conception, poids, processus de construction, etc.).

Pendant vos recherches, vous pouvez utiliser les sites Internet suivants :

### **Arcs**

<http://www.pagesperso-orange.fr/hibiscustour/fondoc-3.htm#cathedrales>

### **Voûtes de ponts en arc**

[http://lefiledutemps.free.fr/paris/liste\\_ponts\\_paris.html](http://lefiledutemps.free.fr/paris/liste_ponts_paris.html)

<http://ruedelyon.wysiup.net/PageRubrique.php?ID=1000422>

### **Ponts caténaïres et suspendus**

<http://ponts-suspendus.chez-alice.fr>

<http://www.viaducdemillau.com>

### **Arcs elliptiques**

[http://lefiledutemps.free.fr/paris\\_tolbiac.html](http://lefiledutemps.free.fr/paris_tolbiac.html)

### **Arcs naturels**

<http://md11.club.fr/voyage/Usa/arches.htm>

En vous servant d'un moteur de recherche, tapez les termes suivants pour accéder à différents sites :

- voûtes de ponts en arc
- types d'arcs
- arcs paraboliques
- arcs elliptiques
- courbes caténaïres
- arcs caténaïres