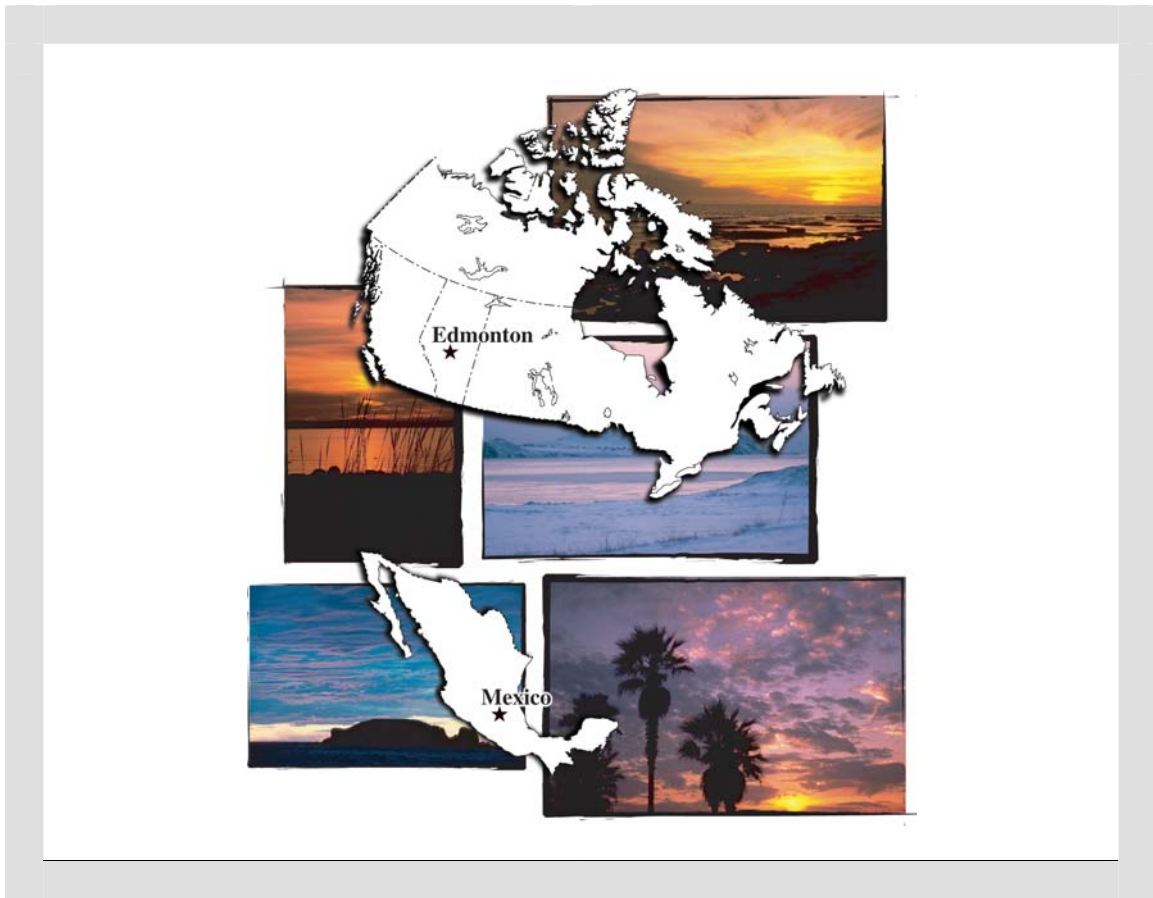


Mathématiques pures 30

**Projet à l'intention des élèves :
Applications des fonctions
sinusoïdales**



Septembre 2004

Dans le présent document, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.

© 2004, la Couronne du chef de l'Alberta représentée par le ministre de Alberta Learning, Alberta Learning, Learner Assessment Branch, 44 Capital Boulevard, 10044 108 Street NW, Edmonton, Alberta T5J 5E6, et les détenteurs de licence. Tous droits réservés. On peut télécharger des exemplaires supplémentaires de ce document en visitant le site Web de Alberta Learning : <http://www.learning.gov.ab.ca>.

Par la présente, le détenteur des droits d'auteur autorise **seulement les éducateurs de l'Alberta** à reproduire, à des fins éducatives et sans but lucratif, les parties de ce document **qui ne contiennent pas** d'extraits.

Les extraits de textes de ce document **ne peuvent pas** être reproduits sans l'autorisation écrite de l'éditeur original (voir les références bibliographiques, le cas échéant).

Mathématiques pures 30

Projet : Applications des fonctions sinusoidales

Introduction

Dans ce projet, vous allez développer et appliquer des fonctions sinusoidales qui représentent le temps du lever du soleil, le temps du coucher du soleil et le nombre d'heures de lumière à Edmonton, Alberta. Pour étudier la relation entre la latitude et le nombre d'heures de lumière, vous allez utiliser des données relatives à Mexico, une ville située à une latitude différente de celle d'Edmonton.

Les deux tableaux ci-dessous indiquent l'emplacement géographique d'Edmonton et de Mexico et contiennent des données concernant les temps du lever et du coucher du soleil dans les deux villes.

Temps du lever et du coucher du soleil en 2004

Edmonton Emplacement : N53°36' O113°30' 7 heures à l'ouest de Greenwich			
Date	Numéro du jour (n)	Lever	Coucher
01 janv.	1	8,85	16,40
31 janv.	31	8,37	17,23
01 mars	61	7,35	18,23
31 mars	91	6,13	19,15
30 avr.	121	5,00	20,07
30 mai	151	4,20	20,87
29 juin	181	4,13	21,12
29 juil.	211	4,79	20,58
28 août	241	5,62	19,53
27 sept.	271	6,50	18,32
27 oct.	301	7,42	17,17
26 nov.	331	8,35	16,37
26 déc.	361	8,85	16,32

Mexico Emplacement : N19°24' O99°12' 6 heures à l'ouest de Greenwich			
Date	Numéro du jour (n)	Lever	Coucher
01 janv.	1	7,18	18,17
31 janv.	31	7,20	18,48
01 mars	61	6,93	18,70
31 mars	91	6,52	18,85
30 avr.	121	6,15	18,98
30 mai	151	5,97	19,18
29 juin	181	6,03	19,32
29 juil.	211	6,20	19,23
28 août	241	6,35	18,92
27 sept.	271	6,45	18,47
27 oct.	301	6,60	18,08
26 nov.	331	6,87	17,95
26 déc.	361	7,15	18,12

À noter : On exprime le temps selon l'horloge à 24 heures, sous forme de nombres décimaux; 06:27 (6 h 27) apparaît donc sous la forme 6,45 h.
– traduction de tableaux tirés de Astronomical Applications Dept., U.S. Naval Observatory, Washington, DC

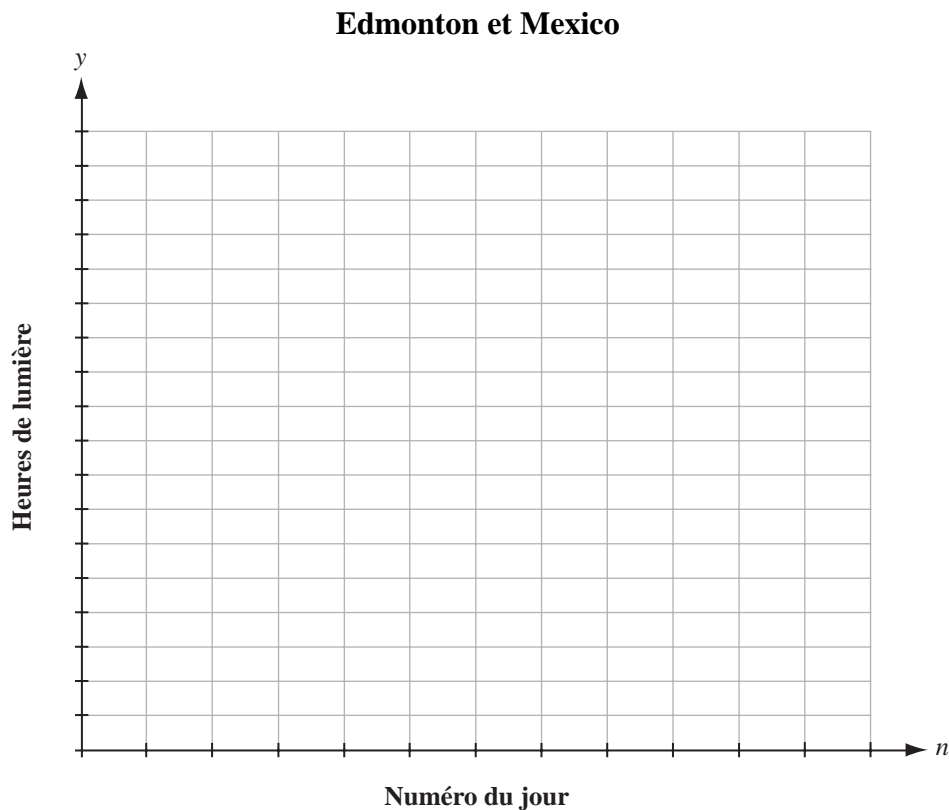
Partie A

Utilisez les données du tableau à la page 1 relatives à Edmonton pour créer des listes dans une calculatrice à affichage graphique. Entrez les numéros des jours, les temps du lever du soleil et les temps du coucher du soleil dans trois listes différentes. À noter que les temps du tableau sont exprimés sous forme de nombres décimaux, ce qui fait que 18:24 (18 h 24) apparaît sous la forme 18,40 h.

1. Utilisez une régression sinusoidale pour trouver l'équation, de la forme $f(n) = a \sin[b(n - c)] + d$, qui représente le temps du lever du soleil en fonction du numéro du jour, n , pour la ville d'Edmonton. Notez les valeurs de a , b , c et d au millième près.
2. Utilisez des termes mathématiques, tels qu'étirement et translation, pour décrire comment on a transformé le graphique de $y = \sin x$ pour obtenir le graphique de la fonction sinus qui représente le temps du lever du soleil en fonction du numéro du jour, n , à Edmonton.
3. Supposez que la fonction qui représente le temps du lever du soleil en fonction du numéro du jour a une période de 365 jours. Expliquez comment on pourrait déterminer la valeur du paramètre b de façon algébrique.
4. Utilisez une régression sinusoidale pour trouver l'équation, de la forme $g(n) = a \sin[b(n - c)] + d$, qui représente le temps du lever du soleil en fonction du numéro du jour, n , à Mexico. Notez les valeurs de a , b , c et d au millième près.
5. Notez l'image, le domaine et la période de la fonction, que vous avez trouvée à la question 4, et qui représente le temps du lever du soleil à Mexico.
6. On peut transformer le graphique de la fonction f , qui représente le temps du lever du soleil à Edmonton, en le graphique de la fonction g , qui représente le temps du lever du soleil à Mexico. Une des transformations subies par le graphique de la fonction f est un étirement vertical. Calculez le facteur d'étirement vertical qui serait requis dans la transformation du graphique de la fonction f en le graphique de la fonction g et écrivez l'équation de la droite par rapport à laquelle devrait avoir lieu l'étirement.

Partie B

- Utilisez les données de la liste des temps de lever du soleil et les données de la liste des temps de coucher du soleil à Edmonton pour créer une nouvelle liste qui montre le nombre d'heures de lumière pendant les 13 jours donnés. Utilisez une régression sinusoidale pour déterminer l'équation qui représente le nombre d'heures de lumière en fonction du numéro du jour, n , à Edmonton. Écrivez votre équation sous la forme $E(n) = a \sin[b(n - c)] + d$, tout en notant a , b , c et d au millième près.
- Répétez la procédure ci-dessus pour déterminer l'équation qui représente le nombre d'heures de lumière en fonction du numéro du jour, n , à Mexico. Écrivez votre équation sous la forme $M(n) = a \sin[b(n - c)] + d$, tout en notant a , b , c et d au millième près.
- Tracez le graphique des fonctions $E(n)$ et $M(n)$ sur votre calculatrice à affichage graphique. Choisissez une échelle appropriée et esquissez le graphique de chaque fonction sur les axes donnés.



- Déterminez le nombre d'heures et de minutes de lumière à Edmonton et à Mexico le 23 mai (le jour 144).

2. Expliquez la relation entre la latitude d'une localité et le nombre d'heures de lumière et expliquez comment cette relation est illustrée par les différences entre les paramètres des deux équations.

3. Un facteur qui influence la saison de croissance d'une région est le nombre d'heures de lumière. La saison de croissance à Edmonton commence en général lorsqu'il y a 15 heures de lumière ou plus par jour. Si cela était le seul facteur, quelles seraient les dates attendues de début et de fin de la saison de croissance à Edmonton? Expliquez la méthode que vous avez utilisée pour déterminer ces dates.

4.
 - En vous servant de la fonction E , déterminez les deux jours dont le nombre d'heures de lumière est le plus près de 9 h.
 - Déterminez la période de la fonction E et ensuite exprimez vos réponses du point précédent de la question 4 sous forme de solutions générales.

5. Expliquez comment on pourrait utiliser les fonctions E et M que vous avez déterminées dans la Partie B, question 1, pour déterminer les jours durant lesquels il y a le même nombre d'heures de lumière à Edmonton et à Mexico. Expliquez la méthode que vous avez utilisée pour déterminer ces dates.

6. Pour Mexico, considérez le 20 juin (jour 172), qui a 13,32 heures de lumière, comme le jour ayant le nombre maximum d'heures de lumière, et le 21 décembre (jour 356), qui a 10,97 heures de lumière, comme le jour ayant le nombre minimum d'heures de lumière. Utilisez les données de ces jours (**non** les données de régression) et déterminez algébriquement une équation cosinus de la forme $h(n) = a \cos[b(n - c)] + d$, pour le nombre d'heures de lumière. Expliquez comment vous avez déterminé chaque paramètre, au millième près, de $h(n) = a \cos[b(n - c)] + d$.

7. En utilisant les données que vous avez obtenues pour le nombre d'heures de lumière par jour à Edmonton et à Mexico,

- complétez le tableau suivant

	Edmonton	Mexico
Nombre moyen d'heures de lumière		
Écart type du nombre d'heures de lumière		

- expliquez quel paramètre, a , b , c ou d , dans les fonctions E et M est le plus étroitement lié au nombre moyen d'heures de lumière
- expliquez quel paramètre, a , b , c ou d , dans les fonctions E et M est le plus étroitement lié à la différence entre l'écart type du nombre d'heures de lumière à Edmonton et l'écart type du nombre d'heures de lumière à Mexico

Partie C

Il existe plusieurs phénomènes qui se caractérisent par des régularités périodiques. Trouvez un ensemble de données, autre que les temps du lever et du coucher du soleil, qui semble être périodique (par exemple les marées, les populations des prédateurs et des proies, la distance entre la Terre et la Lune).

1. En utilisant ces données, esquissez un graphique qui représente la relation périodique.
2. En utilisant un modèle de régression approprié, déterminez une équation qui représente les données.
3. Analysez l'équation pour voir si elle correspond au graphique des données.